

# Model de precios rígidos

Profesor: J. Marcelo Ochoa

OTOÑO 2007

## 1. Bases del modelo

### 1.1. Demanda Agregada y Política Monetaria

El lado de la demanda del modelo se resume en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} \text{Curva IS: } Y &= \frac{A_0}{1-PMG} - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} r \\ \text{Regla de Taylor: } r &= r_0 + r_\pi (\pi - \pi^t) \\ \text{Ley de Okun: } \mu &= \mu^* - \kappa \left( \frac{Y - Y^*}{Y^*} \right) \end{aligned}$$

La curva IS determina el producto dado un valor de la tasa de interés real, la regla de Taylor representa la determinación de la política monetaria en reacción a las desviaciones de la tasa de inflación con relación a la meta de inflación, y la ley de Okun determina la tasa de desempleo a partir de la brecha del producto observado y el producto potencial.

El valor  $r_0$  determina el nivel de la tasa neutral de interés. Si la tasa de inflación es igual a  $\pi$  entonces,

$$r = r_0$$

y por su parte el producto que se obtiene con este nivel de tasa de interés es igual a,

$$Y_0 = \frac{A_0}{1-PMG} - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} r_0$$

Mientras que la tasa de desempleo será igual a:

$$\mu_0 = \mu^* - \kappa \left( \frac{Y_0 - Y^*}{Y^*} \right)$$

Si la tasa de inflación es diferente a la meta de inflación  $\pi^t$ , el producto será igual a,

$$Y = \frac{A_0}{1-PMG} - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} (r_0 + r_\pi (\pi - \pi^t))$$

Si distribuimos tenemos:

$$Y = \frac{A_0}{1-PMG} - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} r_0 - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} r_\pi (\pi - \pi^t)$$

Utilizando la definición de  $Y_0$ ,

$$Y = Y_0 - \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1-PMG} r_\pi (\pi - \pi^t)$$

Para simplificar nuestra notación definamos,

$$\Omega = \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1 - PMG} r_\pi$$

con lo que la ecuación del producto es igual a,

$$Y = Y_0 - \Omega(\pi - \pi^t)$$

Finalmente, para expresar la relación en función a la tasa de desempleo y la inflación utilizamos la ley de Okun que con este nivel de producto es igual a,

$$\mu = \mu^* - \kappa \left( \frac{Y_0 - \Omega(\pi - \pi^t) - Y^*}{Y^*} \right)$$

Manipulando tenemos,

$$\begin{aligned} \mu &= \mu^* - \kappa \left( \frac{Y_0 - \Omega(\pi - \pi^t) - Y^*}{Y^*} \right) \\ &= \mu^* - \kappa \left( \frac{Y_0 - Y^*}{Y^*} \right) + \kappa \frac{\Omega(\pi - \pi^t)}{Y^*} \end{aligned}$$

Si definimos a,

$$\begin{aligned} \phi &= \kappa \frac{1}{Y^*} \Omega \\ &= \kappa \frac{1}{Y^*} \frac{I_r + X_\epsilon \epsilon_r}{1 - PMG} r_\pi \\ \mu_0 &= \mu^* - \kappa \left( \frac{Y_0 - Y^*}{Y^*} \right) \end{aligned}$$

La relación entre la tasa de inflación y el desempleo por el lado de la demanda de la economía se resume por,

$$\mu = \mu_0 + \phi(\pi - \pi^t)$$

Cuando la tasa de inflación está por encima de la meta de inflación,  $\pi > \pi^t$ , el banco central aumenta la tasa de interés real por encima de su nivel normal. La magnitud a la que aumenta la tasa de interés depende de  $r_\pi$ . Pero a una tasa de interés real más alta, la inversión y la caída de las exportaciones llevan a una caída e el producto. La caída en el producto lleva a un aumento del desempleo, la magnitud del cambio en el desempleo depende del parámetro  $\kappa$  de la ley de Okun y del nivel del producto potencial.

Es por eso que la pendiente de la ecuación de “Reacción de política monetaria” depende de:

1. La agresividad de la política en la lucha contra la tasa de inflación  $r_\pi$
2. La respuesta de las inversiones y las exportaciones a cambios en la tasa de interés real  $I_r + X_\epsilon \epsilon_r$
3. La magnitud del multiplicador  $\frac{1}{1 - PMG}$
4. El coeficiente de la ley de Okun y el nivel de producto potencial  $\frac{\kappa}{Y^*}$

## 1.2. Oferta Agregada y Cuva de Phillips

Asumiremos que el comportamiento de la curva de Phillips depende de la fijación de precios de las firmas. Supongamos que en la economía existen dos tipos de empresas.

1. Empresas que fijan su precio individual observando el nivel de precios de la economía y la brecha del producto:

$$p_t^1 = P_t + \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right)$$

2. Empresas que fijan su precio en base a expectativas acerca del nivel de precios:

$$p_t^2 = P_t^e$$

Asumiremos que la proporción de empresas del tipo 1 es  $1 - s$ , mientras que la proporción de empresas tipo 2 es  $s$ . Por lo tanto, el nivel de precios general de la economía será igual a,

$$\begin{aligned} P_t &= (1 - s)p_t^1 + sp_t^2 \\ &= (1 - s) \left( P_t + \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) \right) + sP_t^e \end{aligned}$$

Manipulando,

$$\begin{aligned} P_t &= (1 - s) \left( P_t + \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) \right) + sP_t^e \\ P_t &= (1 - s)P_t + (1 - s)\alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + sP_t^e \\ P_t - (1 - s)P_t &= (1 - s)\alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + sP_t^e \\ sP_t &= (1 - s)\alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + sP_t^e \\ P_t &= \frac{1 - s}{s} \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + P_t^e \\ P_t - P_{t-1} &= \frac{1 - s}{s} \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + P_t^e - P_{t-1} \\ \pi_t &= \frac{1 - s}{s} \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right) + \pi_t^e \end{aligned}$$

En este caso la curva de Phillips está dada por,

$$\pi_t = \pi_t^e + \frac{1 - s}{s} \alpha \left( \frac{Y_t - Y^*}{Y^*} \right)$$

Para convertir esta relación tomando en cuenta el desempleo, utilizamos la ley de Okun:

$$\pi_t = \pi_t^e + \frac{1 - s}{s} \alpha \frac{1}{\kappa} (u_t - u^*)$$

Si definimos  $\beta = \frac{1-s}{s} \alpha \frac{1}{\kappa}$  y agregamos shocks de oferta  $ss \sim N(0, \sigma^2)$

$$\pi_t = \pi_t^e - \beta(\mu_t - \mu^*) + ss$$

donde:

- $\pi^e$  es la inflación esperada
- $\mu$  es la tasa de desempleo observada
- $\mu^*$  es la tasa de desempleo natural
- El término nuevo,  $ss$  que corresponde a shocks de oferta como un alza en el precio del petróleo que son aleatorios pero en promedio son igual a cero

Las expectativas pueden ser:

1. Expectativas estáticas
2. Expectativas adaptativas
3. Expectativas racionales

## 2. Modelo de la economía

Las ecuaciones que resumen el comportamiento de la economía son:

$$\begin{aligned} \text{Curva de Phillips (CP): } \pi &= \pi^e - \beta(\mu - \mu^*) + ss \\ \text{Reacción de política} \\ \text{monetaria (RPM): } \mu &= \mu_0 + \phi(\pi - \pi^t) \end{aligned}$$

En estas ecuaciones se puede determinar el valor de la inflación y desempleo de equilibrio. Noten que de la RPM se puede obtener:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 + \phi(\pi - \pi^t) && \text{RPM} \\ \mu - \mu_0 &= \phi(\pi - \pi^t) && \text{Sustrayendo } \mu_0 \text{ de ambos lados} \\ \frac{\mu - \mu_0}{\phi} &= \pi - \pi^t && \text{Dividiendo ambos lados por } \phi \\ \frac{\mu - \mu_0}{\phi} + \pi^t &= \pi && \text{Sumando } \pi^t \text{ a ambos lados} \\ \frac{\mu - \mu_0 + \phi\pi^t}{\phi} &= \pi && \text{Haciendo común el denominador } \phi \end{aligned}$$

Ahora igualamos la inflación de obtenida de la RPM a la inflación de la CP:

$$\begin{aligned} \frac{\mu - \mu_0 + \phi\pi^t}{\phi} &= \pi^e - \beta(\mu - \mu^*) + ss && \text{Igualando la RPM y la CF} \\ \mu - \mu_0 + \phi\pi^t &= \phi\pi^e - \phi\beta(\mu - \mu^*) + \phi ss && \text{Multiplicando ambos lados por } \phi \\ \mu - \mu_0 + \phi\pi^t &= \phi\pi^e - \phi\beta\mu - \phi\beta\mu^* + \phi ss && \text{Repartiendo } \phi\beta \\ \mu + \phi\beta\mu &= \mu_0 - \phi\pi^t + \phi\pi^e - \phi\beta\mu^* + \phi ss && \text{Re-ordenando} \\ (1 + \phi\beta)\mu &= \mu_0 - \phi\beta\mu^* + \phi\pi^e - \phi\pi^t + \phi ss && \text{Factorizando } \mu \text{ y re-ordenando} \\ \mu &= \frac{\mu_0 - \phi\beta\mu^* + \phi\pi^e - \phi\pi^t + \phi ss}{1 + \phi\beta} && \text{Dividiendo por } 1 + \phi\beta \end{aligned}$$

Ahora solamente distribuimos el denominador entre los diferentes componentes del numerador:

$$\mu = \frac{1}{1 + \phi\beta}\mu_0 - \frac{\phi\beta}{1 + \phi\beta}\mu^* + \frac{\phi}{1 + \phi\beta}(\pi^e - \pi^t) + \frac{\phi ss}{1 + \phi\beta}$$

Para obtener una expresión para la inflación seguimos los mismos pasos pero despejando la tasa de inflación. Empecemos sustituyendo el desempleo de la RPM en la curva de Phillips:

$$\begin{aligned} \pi &= \pi^e - \beta(\mu - \mu^*) + ss && \text{CP} \\ \pi &= \pi^e - \beta(\mu_0 + \phi(\pi - \pi^t) - \mu^*) + ss && \text{Reemplazando } \mu \\ \pi &= \pi^e - \beta\mu_0 - \beta\phi(\pi - \pi^t) + \beta\mu^* + ss && \text{Distribuyendo } \beta \\ \pi &= \pi^e - \beta\mu_0 - \beta\phi\pi + \beta\phi\pi^t + \beta\mu^* + ss && \text{Distribuyendo } \beta\phi \\ \pi + \beta\phi\pi &= \pi^e - \beta\mu_0 + \beta\phi\pi^t + \beta\mu^* + ss && \text{Sumando } \beta\phi\pi \text{ a ambos lados} \\ \pi(1 + \beta\phi) &= \pi^e + \beta\phi\pi^t + \beta\mu^* - \beta\mu_0 + ss && \text{Re-ordenando y factorizando } \pi \\ \pi &= \frac{\pi^e + \beta\phi\pi^t + \beta\mu^* - \beta\mu_0 + ss}{1 + \beta\phi} && \text{Dividiendo entre } 1 + \beta\phi \end{aligned}$$

Distribuyendo el denominador:

$$\pi = \frac{1}{1 + \beta\phi}\pi^e + \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi}\pi^t + \frac{\beta}{1 + \beta\phi}\mu^* - \frac{\beta}{1 + \beta\phi}\mu_0 + \frac{1}{1 + \beta\phi}ss$$

Y finalmente, factorizando:

$$\pi = \frac{1}{1 + \beta\phi}\pi^e + \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi}\pi^t + \frac{\beta}{1 + \beta\phi}(\mu^* - \mu_0) + \frac{1}{1 + \beta\phi}ss$$

## 2.1. Equilibrio de la economía

La economía se encuentra en equilibrio de corto plazo cuando la inflación y el desempleo son igual a:

$$\pi = \left( \frac{1}{1 + \beta\phi}\pi^e + \frac{\beta\phi}{1 + \beta\phi}\pi^t \right) + \frac{\beta}{1 + \beta\phi}(\mu^* - \mu_0) + \frac{1}{1 + \beta\phi}ss \quad (1)$$

$$\mu = \left( \frac{1}{1 + \phi\beta}\mu_0 - \frac{\phi\beta}{1 + \phi\beta}\mu^* \right) + \frac{\phi}{1 + \phi\beta}(\pi^e - \pi^t) + \frac{\phi}{1 + \phi\beta}ss \quad (2)$$

Las ecuaciones (1) y (2) sugieren que la inflación y el desempleo tienen seis determinantes importantes:

1.  $\mu_0$ , la tasa de desempleo que se obtiene cuando el banco central fija la tasa de interés en su nivel neutral
2.  $\mu^*$ , la tasa natural de desempleo
3.  $\pi^e$ , las expectativas de inflación
4.  $\pi^t$ , la meta de inflación fijada por el banco central
5.  $ss$ , los shocks de oferta
6.  $\beta$  y  $\phi$ , que reflejan la estructura del lado de la oferta y la demanda de la economía